

Concept of Elementary Particle Physics

§16 Gauge Theories with Spontaneous Symmetry Breaking

KEK 班

Kobe university

November 6, 2025

目次

- ① §16.1 Field equations for a massive photon
- ② §16.2 Model field equations with a non-Abelian gauge symmetry
- ③ §16.3 The Glashow-Salam-Weinberg electroweak model
- ④ §16.4 The neutral current weak interaction

目次

- ① §16.1 Field equations for a massive photon
- ② §16.2 Model field equations with a non-Abelian gauge symmetry
- ③ §16.3 The Glashow-Salam-Weinberg electroweak model
- ④ §16.4 The neutral current weak interaction

目次

- 1 §16.1 Field equations for a massive photon
- 2 §16.2 Model field equations with a non-Abelian gauge symmetry
- 3 §16.3 The Glashow-Salam-Weinberg electroweak model
- 4 §16.4 The neutral current weak interaction

非 Abelian gauge 対称性を持つ場の方程式

- 現実的なモデルの前に, $SO(3)$ gauge 群を持つ gauge 理論を考える。
 - ▶ Why? → 非 Abelian gauge 対称性を持っているから。

非 Abelian gauge 対称性を持つ場の方程式

- $SO(3)$ 対称性を持つゆえ, 3つの回転演算子が必要。
 - ▶ 3つの gauge boson は, $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}$ 軸の周りの回転に相当する。

$$A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3$$

- 3次元ベクトル表現の実 scalar 場 Φ^a を導入する。これは, $SO(3)$ の随伴表現なので, 共変微分は以下ようになる。

$$D_\mu \Phi^a = \partial_\mu \Phi^a + g \varepsilon^{abc} A_\mu^b \Phi^c$$

- ▶ $\partial_\mu \Phi^a$: 通常の微分
- ▶ g : Coupling Constant
- ▶ $\varepsilon^{abc} A_\mu^b \Phi^c$: 補正項

実 scalar 場 Φ^a について若干の補足

- Φ^a 空間で，回転不変なポテンシャルは，容易に記述できる
 - ▶ $|\Phi|$ によるポテンシャル
- これは，ある v があって，

$$|\langle \Phi^a \rangle| = v$$

の時，極小となる。

- この点は，3次元上で，球状の多様体をなす。

本項での解析対象

- 特に, Φ^a 空間で, $\hat{3}$ 方向に向いた真空状態

$$\langle 0 | \Phi^a | 0 \rangle = v \delta^{a3}$$

を解析しよう。

- Φ^a をその真空周りに展開すると,

$$\Phi(x) = (\pi^1(x), \pi^2(x), v + h(x))$$

- ▶ ここに, $\pi^1(x), \pi^2(x)$ は, Goldstone boson である。
- 再び, gauge 変換を用いて, これらの場を取り除くことができる。

$$\Phi(x) = (0, 0, v + h(x))$$

Φ^a の運動項

- Φ^a の運動項は,

$$\frac{1}{2} (D_\mu \Phi^a)^2 = \frac{1}{2} \left[g\varepsilon^{ab3} A_\mu^b (v + h(x)) + \partial_\mu h(x) \delta^{a3} \right]^2$$

である。

- $D_\mu \Phi^a = \partial_\mu \Phi^a + g\varepsilon^{abc} A_\mu^b \Phi^c$

Φ^a の運動項の展開

- 運動項を選んだ真空状態の周りに展開すると,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} (D_\mu \Phi^a)^2 &= \frac{g^2}{2} \varepsilon^{ab3} A_\mu^b \varepsilon^{ac3} A^{\mu c} v^2 + \dots \\ &= \frac{g^2 v^2}{2} \left(A_\mu^b A^{\mu b} - A_\mu^3 A^{\mu 3} \right) + \dots\end{aligned}$$

とわかる。

$$\triangleright \varepsilon^{ab3} \varepsilon^{ac3} = \delta^{bc} - \delta^{b3} \delta^{c3}$$

A_μ^i の mass

$$\frac{g^2 v^2}{2} \left(A_\mu^b A^{\mu b} - A_\mu^3 A^{\mu 3} \right) = \frac{g^2 v^2}{2} \left[(A_\mu^1)^2 + (A_\mu^2)^2 \right]$$

- 場 A_μ^1, A_μ^2 は質量

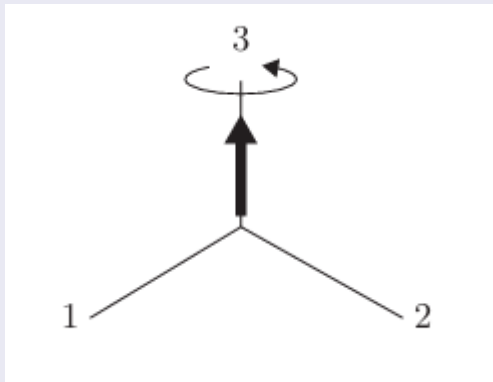
$$m_W^2 = g^2 v^2$$

を獲得。

- A_μ^3 はゼロ質量のまま。

A_μ^3 がゼロ質量なこと

- もし、 $\langle \Phi \rangle$ が、 $\hat{z}$ 方向に向いていれば、 $\hat{z}$ 軸方向についての回転対称性が破れない。¹



- $U(1)$ gauge 対称性が破れないことで, A_μ^3 が質量を獲得するのを防ぐ。

¹ Georgi-Glashow モデルの質量パターンの物理的説明。

Georgi-Glashow モデル 1

- 場 A_μ^1 , A_μ^2 は, $\hat{3}$ 軸周りの回転の固有状態,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2)$$

にまとめられる。

- A_μ^3 を photon, $W^\pm$ を V-A 相互作用の生成を担う W boson とみなしたい。
- 弱い相互作用と電磁相互作用の統一モデルで, Georgi-Glashow モデルと呼ばれる。
- このモデルでは, 弱い相互作用の boson の結合定数 g が電荷 e に等しくなることに注意する。
 - ▶ 3つの gauge boson は, 区別できないものとして導入していた。

Georgi-Glashow モデル 2

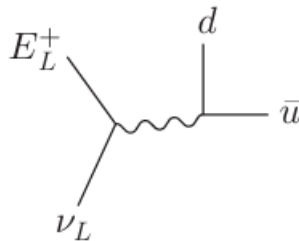
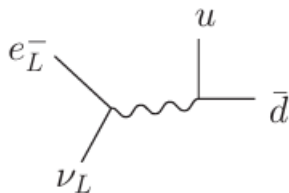
- このモデルは、魅力的であるが、正しくない。これは、以下の理由による。
 - ▶ この模型では、電荷を $\hat{3}$ 軸の周りの回転生成子 I^3 に同定する。
 - ▶ neutrino は電荷 0 であるが、弱い相互作用によって電子に変換するので、電子と isospin 多重項をなさなくてはならない。
 - ▶ neutrino と電子の最小の多重項は、 $I = 1$ 多重項

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ \nu \\ e^- \end{pmatrix}$$

である。(次ページに続く)

Georgi-Glashow モデル 3

- 重い電子 E^+ が存在し、以下の neutrino 深非弾性散乱で e^- , E^+ が生成されることが予想される。
 - ▶ $I^3 = 0, -1$ を満たすため
- しかるに、 E^+ の生成は観測されていない。探索の結果、質量には 400 GeV の下限値がついている。



backup