

# Concept of Elementary Particle Physics

## §12 Partons and Jets

KEK 班

Kobe univ

October 16, 2025

# 目次

- ① §12.1 Altarelli-Parisi evolution of parton distribution functions
- ② §12.2 The structure of jets

# 目次

① §12.1 Altarelli-Parisi evolution of parton distribution functions

② §12.2 The structure of jets

# 目次

① §12.1 Altarelli-Parisi evolution of parton distribution functions

② §12.2 The structure of jets

## quark と gluon の分離過程の物理

- $q\bar{q}$  対から始まり, quark は collinear 領域  $q_{1\perp} \ll \sqrt{s}$  に gluon を放出する可能性が最も高い。
- この gluon と反跳された quark は,  $q_{2\perp} \ll q_{1\perp}$  の gluon を放出する。
- 時々, gluon が quark, antiquark のペアに分離する。
- gluon が quark と antiquark 対に分離し, gluon と quark と antiquark のシャワーが生ずる。(次頁)

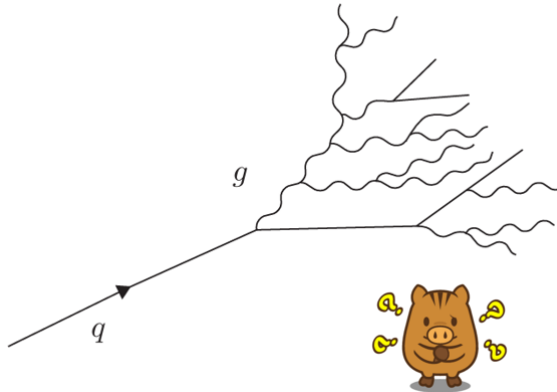


Figure 1: quark と gluon の分離過程の物理 (教科書 (12.15))

- 各段階において、移行する運動量が減少するゆえ，quark と gluon は大方 collinear。
- 最終的には  $p_{\perp} < 1 \text{ GeV}$  となり， $\alpha_s(q_{\perp})$  が大きくなる。
- QCD の強い相互作用の効果が上回り，quark と antiquark が結合し，meson と baryon を生成する。

→hadron jetが生ずる。

この描像を検証するために, jet をより精密に定義し, その構造を定量化したいが, それは難儀。

- $\alpha_s(q_\perp)$  は  $q_\perp$  に伴い非常にゆっくり変化。
- もし  $\alpha_s(q_\perp) = \text{Const.}$  ならば, quark-gluon 分離過程は, スケール不変。
- 各 parton は subjet を生成し, またその中に subsubjet。

## → フラクタル構造

この極限は, 実際の QCD の behavior とそこまで離れているわけではない。この構造を解き明かしていきたい。



## jet の構造の，定量的な予測方法

以下の二つの方法論が知られている。

- ① 事象全体に対する，事象内部の jets 構造に敏感な変数を定義する。
- ② あるアルゴリズムに従って粒子を集めることによって，事象内の jets を見つける。<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> アルゴリズムが高性能であればあるだけ jets を多く生成するので，実験データと Quantum Chromodynamics の理論を比較するためには，同解像度のアルゴリズムが両方で使われるように注意する必要がある。

- 前頁のアプローチを QCD の計算と比較するためには、collinear な放出を積分するとき、その放出が極端に低エネルギーないしは厳密に collinear の極限で、形式的な発散が生じることを考慮に入れなくてはならない。

### infrared and collinear safe (IR-safe) な量

quark-gluon 描像において計算できるようにするためには、低エネルギーかつ collinear な放出の極限で影響を受けないように観測量を定義しなくてはならない。この量のことを、infrared and collinear safe (ないしは IR-safe) という。

$e^+e^-$  事象について

- $e^+e^-$  事象についての初期研究<sup>2</sup>では、以下で定義される球面 tensor  $Q$  によって、粒子の分布中の jets を探索した。

$$Q^{ab} \equiv \left[ \frac{\sum_i p_i^a p_i^b}{\sum_i |\mathbf{p}_i|^2} \right]$$

- この tensor は粒子の運動量から直ちに算出でき、対角化しうるゆえ、非常に便宜。
- $Q$  の最大固有ベクトルを持つ主軸は、sphericity axis<sup>3</sup> と呼ばれ、 $e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象の初期状態 quark の方向のよい指標となった。

<sup>2</sup>Hanson et al. 1975

<sup>3</sup>球面軸

- 球面軸は IR-safe でないので，QCD の計算との定量的な比較には向かない。

例えば，collinear 分離過程は，

$$|p|^2 \rightarrow |q|^2 + |k|^2 = \left[ z^2 + (1-z)^2 \right] \cdot |p|^2$$

という転換により，対角要素に影響を及ぼし，一般に 1 より小さい因子を与える。球面軸の発展は，シュミレーションによりモデル化できる。<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>ただし，これらのプログラムの結果とデータの比較は，quark と gluon を hadron に転換するモデルに依存する。

## thrust の導入

- 本項では、jet 事象の測定により便利な観測量である、 $\text{thrust}^5$  を導入する。

### thrust の定義

$e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象に対して、thrust  $T$  は

$$T = \max_{\hat{n}} \left[ \frac{\sum_i |\hat{n} \cdot \mathbf{p}_i|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|} \right]$$

と定める。ここに、重心系に移り、単位ベクトル  $\hat{n}$  で表される軸を選んだ。 $i$  は dammy 変数。

- $\hat{n}$  を thrust 軸と呼ぶ。
- thrust 軸はそれぞれの事象で測定でき、初期状態の quark と antiquark の方向の代わりとして使用される。

<sup>5</sup>スラスト

# thrust の導入

collinear 分離  $p \rightarrow q + k$  では,  $q = zp$ ,  $k = (1 - z)p$  は近似的に正しい。そして,

$$|p| \simeq |q| + |k|$$

$$|\hat{n} \cdot p| \simeq |\hat{n} \cdot q| + |\hat{n} \cdot k|$$

ゆえ, thrust の値は分離によって影響されない。

# thrust の導入

$e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象は、最低次の近似において quark と antiquark のみを含む。<sup>6</sup>

$$\bar{q} \longleftarrow \quad \longrightarrow q$$

Figure 2: quark と antiquark のみを含む,  $e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象

図 2 より、明らかに  $T = 1$  である。

---

<sup>6</sup>thrust 分布の形を決める QCD 物理。

## thrust の値について

gluon が一つ放出されるとき、ほとんどの事象は  $T = 1$  に近いが、

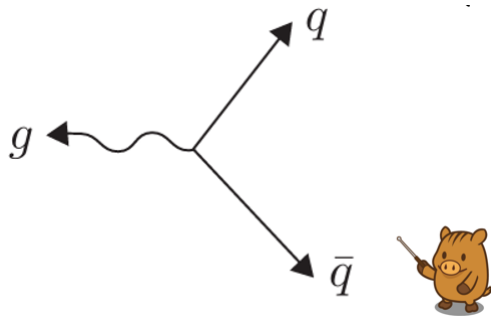


Figure 3: 最大エネルギーを共有する平面事象

図 3 の場合を考えると、 $\frac{2}{3}$  まで低い  $T$  をとれる。



- より多くの gluon が放出されると、 $T$  の値は小さくなる。
- そのような小さい値を発見する確率は  $\alpha_s$  の高次に比例する。

したがって、厳密に collinear でない放出では、 $T < 1$  となる。この効果を Sudakov suppression と呼んでいる。QCD から導かれた  $T$  の分布は、次頁図 4 に示した。最終分布は  $T \rightarrow 1$  で 0 となっている。

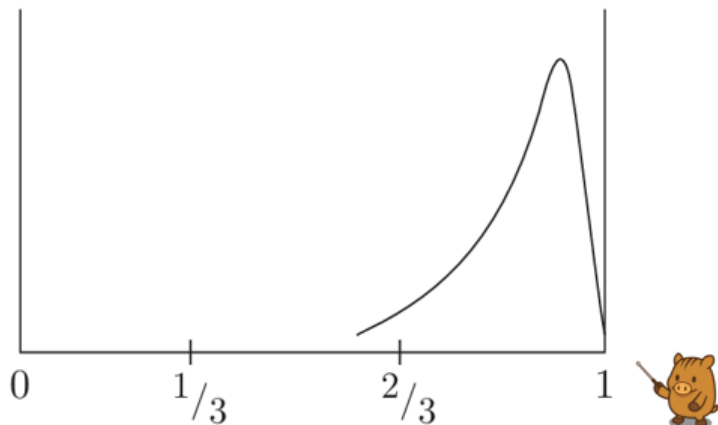


Figure 4: 横軸  $T$ , 縦軸は分布。(教科書から引用)

はじめの高エネルギー gluon の放出確率は,  $\alpha(E_{\text{CM}})$  に比例するので,  $T \rightarrow 1$  付近のピークは  $E_{\text{CM}}$  が高いほど鋭くなる。

次図 5 に、91 GeV  $\sim$  206 GeV のエネルギーで  $e^+e^-$  コライダー LEP における ALEPH 実験で測定された thrust 分布と QCD 理論との比較を示した。<sup>7</sup>

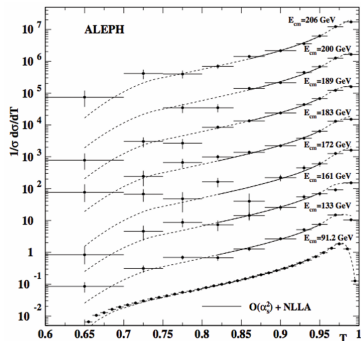


Figure 5: 教科書 Fig.12.2。91 GeV  $\sim$  206 GeV での、 $e^+e^-$  対消滅事象における thrust 分布。連続的な線は QCD からの予言を示す。これらの分布は  $T = 1$  付近で鋭いピークがある。

<sup>7</sup>Heister et al. 2004

## jets の定量的な解析に対するほかのアプローチ

- クラスターアルゴリズムによって個々の事象中の jets を同定すること
- このアルゴリズムが、先に定めた IR 安全ならば、 $e^+e^-$  事象で観測される粒子や、QCD モデルにおける quark と gluon に適応できる。
- 多くの研究では、DESY の PETRA 加速器の JADE 実験で開発された、JADE アルゴリズムが使われている。<sup>8</sup>

<sup>8</sup> $e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象で観測された粒子が、jets へクラスターするときの JADE アルゴリズム。

## JADE アルゴリズムの概要

- すべての粒子対  $i, j$  に対して, 粒子対の不変質量と事象中のすべての粒子の不変質量の比

$$y_{ij} \equiv \frac{(p_i + p_j)^2}{s}$$

を算出する。

- jets を観測する解像度を設定する数値  $y_{\text{cut}}$  を定める。
- $\min y_{ij}$  を持つ粒子対を一つの粒子に組み合わせる。

$$p_i + p_j \rightarrow p_k$$

- $y_{ij} > y_{\text{cut}}$  for all  $(i, j)$  になるまで繰り返す。事象中の jets は残っている複合粒子で定義される。

## $y_{\text{cut}}$ について

- 100 GeV の jets 解析に対して, jets を計測するのに用いられる典型的な  $y_{\text{cut}}$  は,  $10^{-2}$  である。
- 100 GeV 事象をおおよそ 10 GeV 質量の粒子クラスターに分解する。
- $y_{\text{cut}}$  の値を変えると, QCD のフラクタル性が見えてくる。<sup>9</sup>
- 大きな  $y_{\text{cut}}$  に対しては, すべての事象は本質的に 2 つの jets に集められる。 $y_{\text{cut}}$  の減少に伴って, ある段階の jets が次の段階の jets に分裂するので, jets の数は増加する。

図 6 に, ALEPH 実験で測定された, 206 GeV における  $e^+e^-$  対消滅中の 2,3,4,5jets 事象を  $y_{\text{cut}}$  の関数として示した。

<sup>9</sup>JADE アルゴリズムを  $e^+e^- \rightarrow \text{hadron}$  事象に適応すると, jets のフラクタル的下部構造が明らかになり, QCD の予言と一致する。

# jets 生成の物理をモデル化するプログラム

- PYTHIA
- HERWIG
- Sherpa

→ 図 6 に

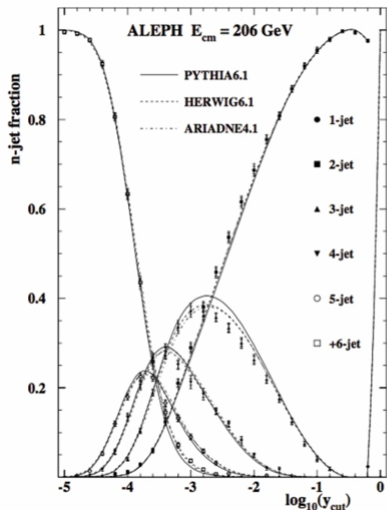


Figure 6: 教科書 fig.12.3