1.1　科学史のコーナー

17 世紀，イギリスの科学者 Robert Hooke（1635–1703）は，ばねに加える力と伸びの長さが比例する（*Ut tensio, sic vis*）ことを発見した。これがいわゆる「Hooke の法則」である。彼は物理学以外にも研究心旺盛で，生物学にも成果があり，細胞 (Cell) の名付け親といわれている。 Hooke と Isaac Newton との対立は有名だ。彼らは，光の性質についての学説や，万有引力の法則（逆自乗則）の先取性などについて激しく争った。後年，王立協会の主導権を握った Newton の下で，すでに死去していた Hooke の功績は，組織的にも個人的にも正当な評価を受ける機会を失い，科学史の周縁に追いやられた。[*1]

1.2　合成ばね定数（補充問題）

復習のため, ばねを連結した物体系[*2]を考え, 複数のばねを一つとみなしたときの合成ばね定数を導出してみよう。

合成ばね定数の公式

ばねが直列につながれているとき,

$$\frac{1}{K_{\text{合成ばね定数}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{1.1}$$

並列につながれているとき,

$$K_{\text{合成ばね定数}} = k_1 + k_2 \tag{1.2}$$

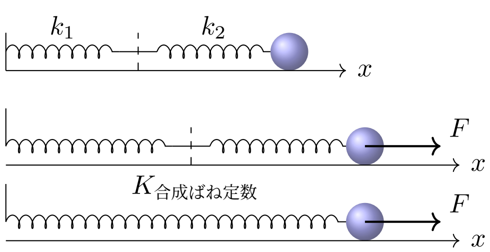

図 1.1　直列つなぎ（図に変位と働く力を書き入れてみよう）

まずは，図 1.1にみるような，直列つなぎの系について考察する。球を，力 F を加えることによって Δx だけ動かしたとき，ばね 1 が Δx_1，ばね 2 が Δx_2 だけ伸びたとしよう。すなわち，

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \tag{1.3}$$

とする。Hooke の法則を使えば,

$$F = k_1 \Delta x_1 \quad \text{（ばね 1 について）}$$
$$F = k_2 \Delta x_2 \quad \text{（ばね 2 について）}$$

である。この関係式を，$\Delta x_1, \Delta x_2$ について解き，式 (1.3) に代入してみよう。すると,

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

となり，式 (1.1) がわかる。並列つなぎの時はどうだろうか？

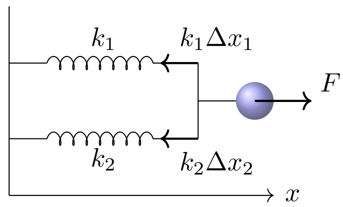

図 1.2　並列つなぎ（ヒント）

式 (1.2) を導出してみよう。ただし, 並列つなぎの時, 式 (1.3) の関係式は $\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2$ と書き換えられる。これは課題とする。

❏ < 注 > 教科書 p66 問 33 も参照のこと。

❏ < 力試し >

小球を Δx だけ変位させたとき，小球に働く力 F を求めよ。この系の合成ばね定数 K はいくらか？弾性力を図に書き入れて考えよ。得られた表式を物理的直観から直ちに書き下せるか？

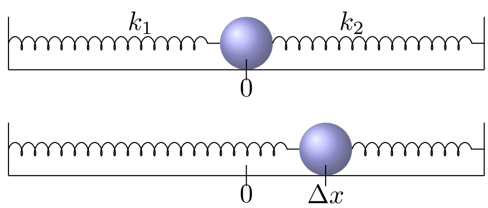

図 1.3　サンドイッチ型

[*1] 「物理学史 I」広重徹（培風館）などによる。

[*2] 力のつり合いや運動を考えるために，一つの単位として扱う物体の集まりのこと。

1.3　理系向けの発展事項（自習）

1.3.1　弾性力の特徴

Hooke の法則について深く考察しよう。本稿で，弾性力 F の表式は，**つりあいの位置からの変位** $x' \equiv x - x_0$ を用いて $F = -kx'$ とする。

❏ 教科書の表式とどこが違うか？自分なりに考えてみよ。[*3]

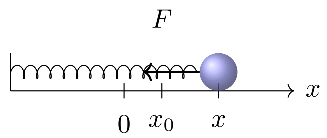

図 1.4　ばね振り子の模式図

弾性力は常につりあいの位置（以下では振動中心という）を向き，物体をそちらに引き込もうとする。このような力を**復元力**という。

1.3.2　つりあい点が自然長でない場合

よく勘違いされるが，**ばねの自然長**と**つりあいの位置**は，異なる概念である。つりあいの位置とは，系に働く外力と弾性力がつりあい，合力が $\vec{0}$ となる位置である。

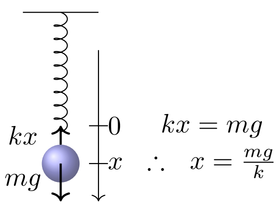

図 1.5　鉛直ばね振り子

❏ ＜力試し＞
図 1.4において床の動摩擦係数が μ の時，x_0 はいくらか。ただし，自然長の位置を原点にとれ。

1.3.3　弾性力の位置エネルギー（予習）

弾性力は，**保存力**[*4]と呼ばれる力で，$F - x$ グラフの面積を U とかく。これは図 1.6の網掛け部の面積に他ならないので，

*3 本稿の表式は，$x_0 = 0$ で教科書の記述と一致する。
*4 詳しくは，仕事とエネルギーの項によること。

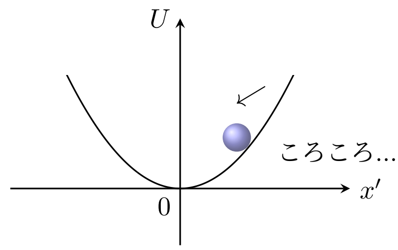

図 1.7　ポテンシャル図

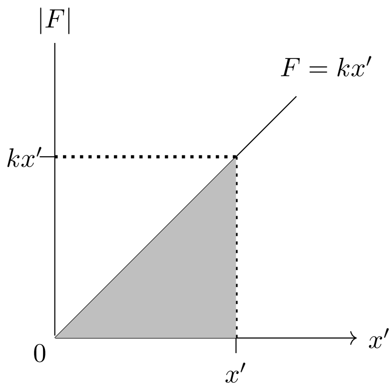

図 1.6　弾性力の $F - x$ グラフ

$$U = \frac{1}{2}kx'^2 = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

を得る。これを図示すれば，図 1.7である。U は，弾性力による位置エネルギー（弾性エネルギー）と呼ばれる量である。物体は，位置エネルギー[*5]が小さいほうに運動する特性があり，$x' = 0$ に戻りたがる。このようなつりあい点のことを**安定なつりあい点**[*6]という。これまで，ばねの力についてみてきたが，極論「**ばねは振動中心まで物体を引き戻そうとする**」ということに過ぎない。詳しくは本科目の物理で履修するが，ばねの運動を記述する運動方程式と同じ形をした方程式を**単振動の方程式**とよび，自然界に遍く存在する振動現象を記述するうえでとても重要である。

*5 位置エネルギーの概念はまだ授業で出てきていないので，詳しくはそちらを参照のこと。
*6 下に凸なポテンシャルを持つとこれに該当する。逆に上に凸なポテンシャルを持つときは，不安定なつりあいという。